

**Тренировочная работа № 3**

**по МАТЕМАТИКЕ**

**19 марта 2013 года**

**9 класс**

**Вариант МА9501**

**Район**

---

**Город (населённый пункт)**

---

**Школа**

---

**Класс.**

---

**Фамилия.**

---

**Имя**

---

**Отчество.**

---

**Инструкция по выполнению работы**

Общее время работы 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например  $-1;7$ .

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов по всей работе, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», 2 баллов по модулю «Геометрия» и 2 баллов по модулю «Реальная математика».

***Желаем успеха!***

Часть 1  
Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения  $\frac{0,9 \cdot 4,2}{6 - 7,8}$ .

Ответ:

2 На координатной прямой отмечено число  $a$ . Какое из утверждений относительно этого числа является верным?



- 1)  $a + 4 > 0$                       2)  $a + 5 < 0$   
3)  $2 - a > 0$                       4)  $3 - a < 0$

3 Найдите значение выражения  $\sqrt{8}(\sqrt{50} - \sqrt{18})$ .

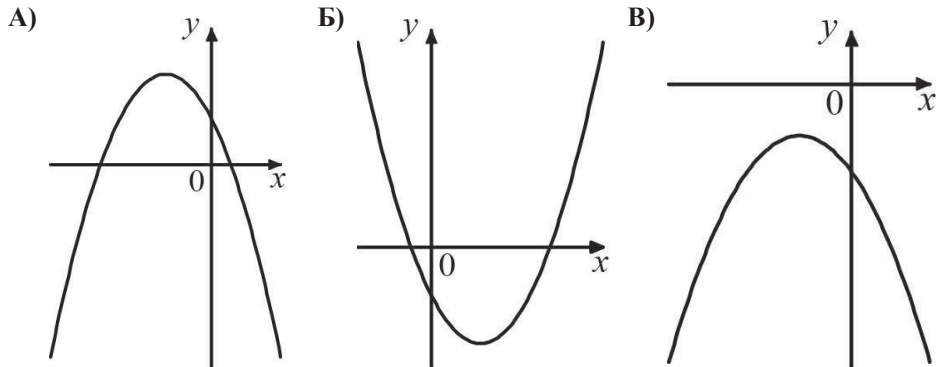
Ответ:

4 Решите уравнение  $x^2 = 18 - 7x$ .

Ответ:

5 На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1)  $a > 0, c > 0$      2)  $a < 0, c > 0$      3)  $a < 0, c < 0$      4)  $a > 0, c < 0$

Ответ: 

А	Б	В

6 Запишите в ответе номера верных равенств.

- 1)  $(2 - b)(b + 2) = b^2 - 4$   
2)  $-(b - 1)(3 - 4b) = (1 - b)(3 - 4b)$   
3)  $(b + 1)(3 - 2b) = 3 + 5b - 2b^2$   
4)  $(b - 4)^2 = b^2 - 8b + 16$

Ответ:

7 Упростите выражение  $\frac{2m - 4m^2}{m + 1} \cdot \frac{m + 1}{2m^2}$  и найдите его значение при  $m = \frac{1}{4}$ .  
В ответ запишите полученное значение.

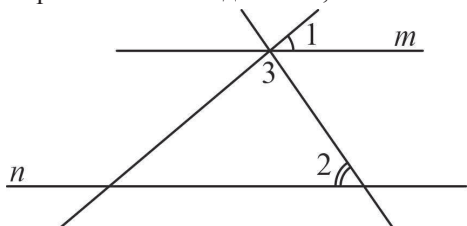
Ответ:

8 Решите неравенство  $19 - 7x > 20 - 3(x - 5)$ .

- 1)  $(-\infty; -\frac{1}{4})$                       2)  $(-\infty; -4)$   
3)  $(4; +\infty)$                       4)  $(-4; +\infty)$

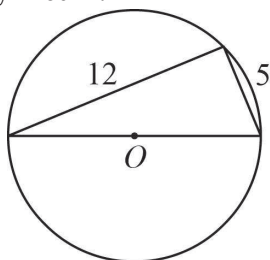
**Модуль «Геометрия»**

9 Прямые  $m$  и  $n$  параллельны. Найдите  $\angle 3$ , если  $\angle 1 = 40^\circ$ ,  $\angle 2 = 55^\circ$ .



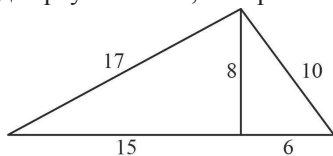
Ответ:

10 Прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 12 см вписан в окружность. Чему равен радиус этой окружности?



Ответ:

11 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ:

12 Средняя линия трапеции равна 11, а меньшее основание равно 5. Найдите большее основание трапеции.

Ответ:

13 Какие из следующих утверждений являются **неверными**?

- 1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то равны и третьи углы.
- 2) Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то это квадрат.
- 3) Существует трапеция, все стороны которой имеют разные длины.

Ответ:

**Модуль «Реальная математика»**

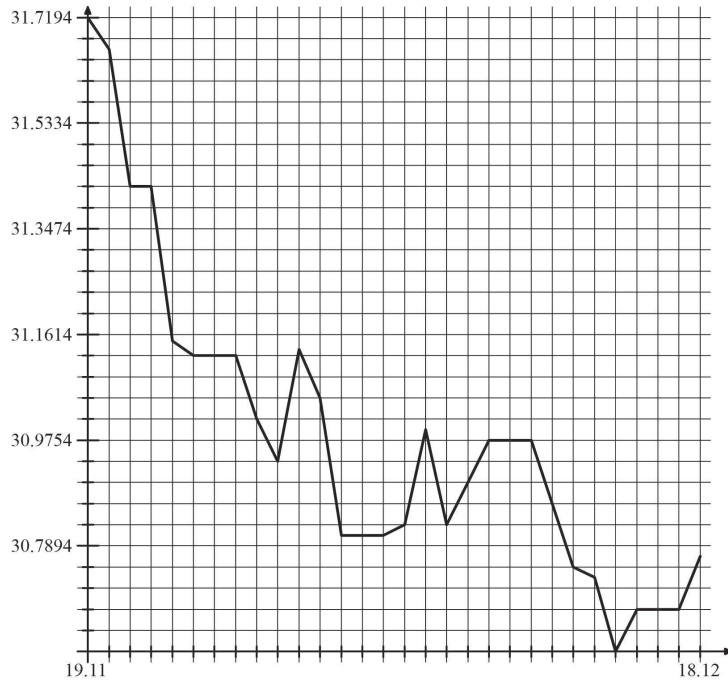
14 Бабушка, живущая в Краснодаре, отправила 1 сентября четыре посылки своим внукам, живущим в разных городах России. В таблице дано контрольное время в сутках, установленное для пересылки посылок наземным транспортом (без учёта дня приёма) между некоторыми городами России.

Пункт отправки	Пункт назначения				
	Архангельск	Астрахань	Барнаул	Белгород	Краснодар
Архангельск		9	12	7	10
Астрахань	9		11	8	8
Барнаул	12	11		11	12
Белгород	8	8	13		9
Краснодар	10	9	14	9	

Какая из данных посылок **не** была доставлена вовремя?

- 1) пункт назначения — Белгород, посылка доставлена 10 сентября
- 2) пункт назначения — Астрахань, посылка доставлена 12 сентября
- 3) пункт назначения — Барнаул, посылка доставлена 15 сентября
- 4) пункт назначения — Архангельск, посылка доставлена 11 сентября

- 15** На графике представлена динамика изменения курса доллара США к рублю за период с 19 ноября по 19 декабря. По горизонтальной оси отложены даты, по вертикальной — значения доллара США. Шаг по вертикальной оси равен 0,0372 руб. Определите по графику, каким был курс доллара США к рублю 21 ноября.

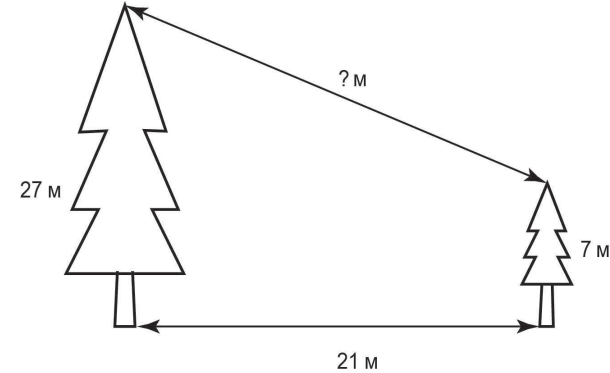


Ответ:

- 16** Магазин детских товаров закупает погремушки по оптовой цене 200 рублей за одну штуку и продает с 15-процентной наценкой. Сколько будут стоить 3 такие погремушки, купленные в этом магазине?

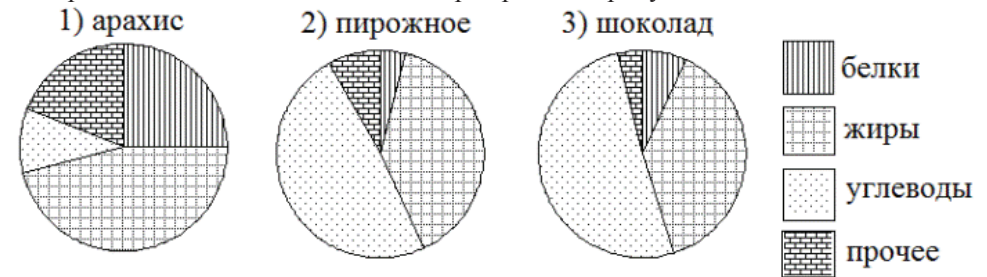
Ответ:

- 17** Две сосны растут в 21 метре одна от другой. Высота одной 27 м, другой — 7 м. Найдите расстояние (в метрах) между их верхушками.



Ответ:

- 18** На рисунке показаны три круговые диаграммы, отражающие процентное содержание питательных веществ в трёх разных продуктах.



В каком из этих продуктов содержание жиров наибольшее? Укажите в ответе его номер.

Ответ:

- 19** В среднем на 147 исправных дрелей приходится три неисправные. Найдите вероятность того, что выбранная дрель исправна.

Ответ:

- 20 Объём пирамиды вычисляют по формуле  $V = \frac{1}{3}Sh$ , где  $S$  – площадь основания пирамиды,  $h$  – её высота. Объём пирамиды равен 40, площадь основания 15. Чему равна высота пирамиды?

Ответ:

### Часть 2

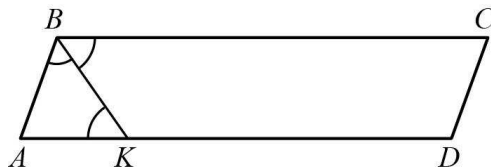
При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

#### Модуль «Алгебра»

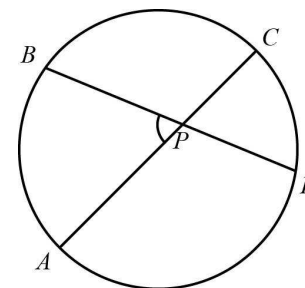
- 21 Упростите выражение  $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$ .
- 22 Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 9 км от пункта  $A$ . Найдите скорость туриста, вышедшего из пункта  $A$ , если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем другой турист, и сделал в пути 30-минутный привал.
- 23 При каких значениях  $m$  и  $n$ , связанных соотношением  $m+n=1$  выражение  $4m^2 + 2mn - n^2$  принимает наименьшее значение?

#### Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса тупого угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $AD$  в отношении 1:3, считая от вершины  $A$ . Найдите сторону  $AB$ , если периметр параллелограмма равен 55.



- 25 В окружности проведены хорды  $AC$  и  $BD$  так, что они пересекаются в точке  $P$  (см. рис.). Докажите, что угол  $APB$  равен полусумме угловых величин дуг  $AB$  и  $CD$ .



- 26 В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ) на диагонали  $AC$  выбрана точка  $E$  так, что  $BE \parallel CD$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 10. Найдите площадь треугольника  $DEC$ .

**Тренировочная работа № 3**

**по МАТЕМАТИКЕ**

**19 марта 2013 года**

**9 класс**

**Вариант МА9502**

**Район**

---

**Город (населённый пункт)**

---

**Школа**

---

**Класс.**

---

**Фамилия.**

---

**Имя**

---

**Отчество.**

---

**Инструкция по выполнению работы**

Общее время работы 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например  $-1;7$ .

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов по всей работе, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», 2 баллов по модулю «Геометрия» и 2 баллов по модулю «Реальная математика».

***Желаем успеха!***

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения  $\frac{0,6 \cdot 3,2}{5 - 6,2}$ .

Ответ:

2 На координатной прямой отмечено число  $a$ . Какое из утверждений относительно этого числа является верным?



- 1)  $a + 3 > 0$
- 2)  $a + 6 < 0$
- 3)  $2 - a < 0$
- 4)  $10 - a > 0$

3 Найдите значение выражения  $(\sqrt{96} - \sqrt{54})\sqrt{6}$ .

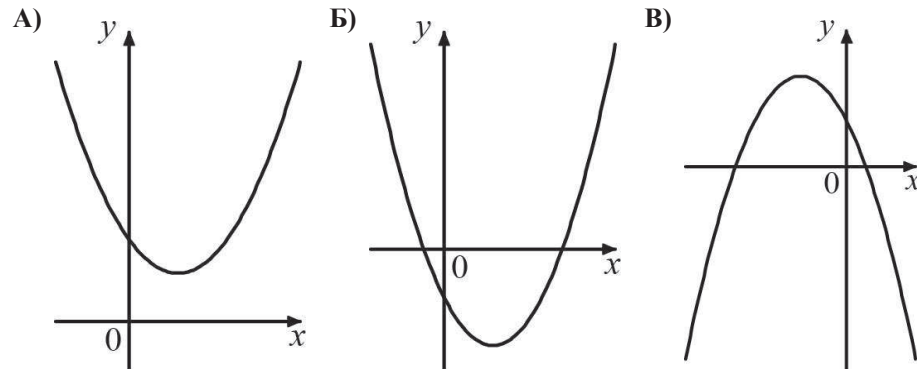
Ответ:

4 Решите уравнение  $x^2 = 18 - 3x$ .

Ответ:

5 На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

**ГРАФИКИ**



**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

- 1)  $a > 0, c > 0$
- 2)  $a < 0, c > 0$
- 3)  $a < 0, c < 0$
- 4)  $a > 0, c < 0$

Ответ: 

А	Б	В

6 Запишите в ответе номера верных равенств.

- 1)  $(b - 5)^2 = b^2 - 5b + 25$
- 2)  $(b - 1)(4 + 3b) = 3b^2 + b - 4$
- 3)  $-(b - 1)(3 - 4b) = (1 - b)(4b - 3)$
- 4)  $(2 - b)(b + 2) = 4 - b^2$

Ответ:

7 Упростите выражение  $\frac{m + 2}{m^2} \cdot \frac{m - 3m^2}{m + 2}$  и найдите его значение при  $m = \frac{1}{9}$ .

В ответ запишите полученное значение.

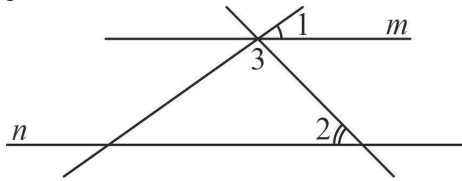
Ответ:

8 Решите неравенство  $17 - 5x < 23 - 2(x - 3)$ .

- 1)  $(-\infty; -\frac{1}{4})$
- 2)  $(-\infty; -4)$
- 3)  $(4; +\infty)$
- 4)  $(-4; +\infty)$

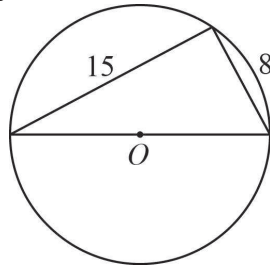
**Модуль «Геометрия»**

9 Прямые  $m$  и  $n$  параллельны. Найдите  $\angle 2$ , если  $\angle 1 = 35^\circ$ ,  $\angle 3 = 100^\circ$ .



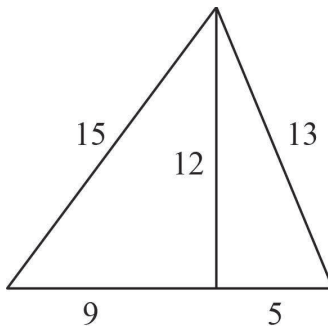
Ответ:

10 Прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 15 см вписан в окружность. Чему равен радиус этой окружности?



Ответ:

11 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ:

12 Средняя линия трапеции равна 9, а большее основание равно 13. Найдите меньшее основание трапеции.

Ответ:

13 Какие из следующих утверждений являются верными?

- 1) Если два угла треугольника равны  $65^\circ$  и  $70^\circ$ , то третий угол равен  $45^\circ$ .
- 2) Диагонали равнобедренной трапеции равны.
- 3) Трапеция с тремя равными сторонами не существует.

Ответ:

**Модуль «Реальная математика»**

14 Бабушка, живущая в Белгороде, отправила 1 сентября четыре посылки своим внукам, живущим в разных городах России. В таблице дано контрольное время в сутках, установленное для пересылки посылок наземным транспортом (без учёта дня приёма) между некоторыми городами России.

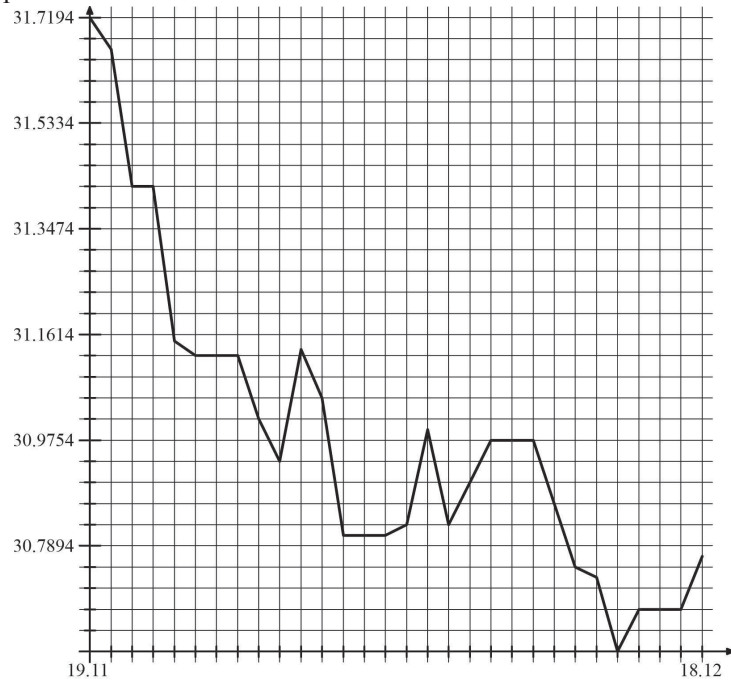
Пункт отправки	Пункт назначения				
	Архангельск	Астрахань	Барнаул	Белгород	Краснодар
Архангельск		9	12	7	10
Астрахань	9		11	8	8
Барнаул	12	11		11	12
Белгород	8	8	13		9
Краснодар	10	9	14	9	

Какая из данных посылок **не** была доставлена вовремя?

- 1) пункт назначения — Краснодар, посылка доставлена 10 сентября
- 2) пункт назначения — Астрахань, посылка доставлена 9 сентября
- 3) пункт назначения — Барнаул, посылка доставлена 14 сентября
- 4) пункт назначения — Архангельск, посылка доставлена 11 сентября



- 15** На графике представлена динамика изменения курса доллара США к рублю за период с 19 ноября по 18 декабря. По горизонтальной оси отложены даты, по вертикальной — значения доллара США. Шаг по вертикальной оси равен 0,0372 руб. Определите по графику, каким был курс доллара США к рублю 12 декабря.

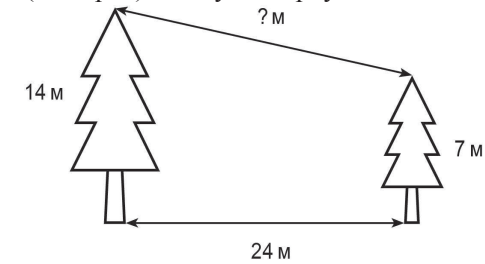


Ответ:

- 16** Магазин детских товаров закупает пирамидки по оптовой цене 250 рублей за одну штуку и продает с 10-процентной наценкой. Сколько будут стоить 2 такие пирамидки, купленные в этом магазине?

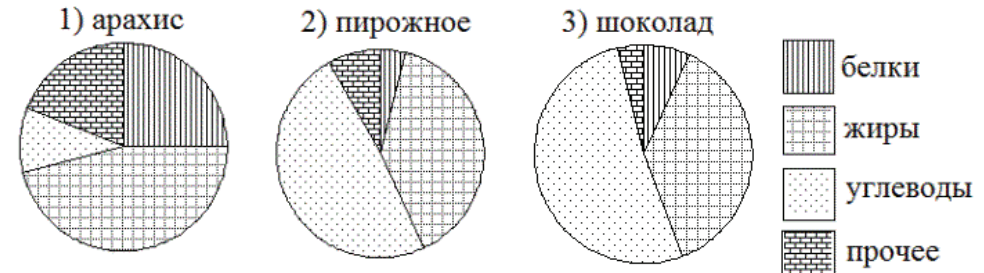
Ответ:

- 17** Две сосны растут в 24 метрах одна от другой. Высота одной 14 м, другой — 7 м. Найдите расстояние (в метрах) между их верхушками.



Ответ:

- 18** На рисунке показаны три круговые диаграммы, отражающие процентное содержание питательных веществ в трёх разных продуктах.



В каком из этих продуктов содержание углеводов наибольшее? Укажите в ответе его номер.

Ответ:

- 19** В среднем на 144 исправных фена приходится шесть неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный фен исправен.

Ответ:

- 20** Объём пирамиды вычисляют по формуле  $V = \frac{1}{3}Sh$ , где  $S$  — площадь основания пирамиды,  $h$  — её высота. Объём пирамиды равен 60, высота равна 12. Чему равна площадь основания пирамиды?

Ответ:

## Часть 2

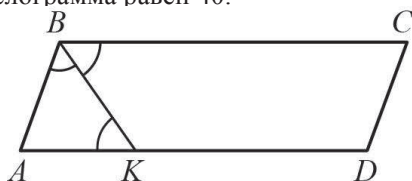
При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

## Модуль «Алгебра»

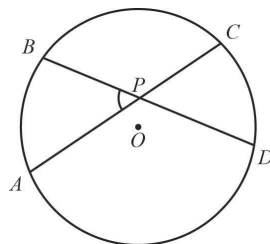
- 21 Упростите выражение  $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} - 2^{n-1}}$ .
- 22 Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 10 км от пункта  $B$ , причём турист, шедший из пункта  $A$ , сделал в пути 30-минутный привал. Найдите скорость туриста, вышедшего из  $B$ , если известно, что он шел со скоростью, на 1 км/ч меньшей, чем другой турист.
- 23 При каких значениях  $m$  и  $n$ , связанных соотношением  $m + n = 2$ , выражение  $2m^2 - 2mn - 3n^2$  принимает наименьшее значение?

## Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса тупого угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $AD$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины  $A$ . Найдите сторону  $AB$ , если полупериметр параллелограмма равен 40.



- 25 В окружности с центром  $O$  проведены хорды  $AC$  и  $BD$  так, что они пересекаются в точке  $P$  (см. рис.). Докажите, что угол  $APB$  равен полусумме углов  $AOB$  и  $COD$ .



- 26 В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ) на диагонали  $BD$  выбрана точка  $E$  так, что  $CE \parallel AB$ . Площадь треугольника  $DCB$  равна 15. Найдите площадь треугольника  $ABE$ .

**Тренировочная работа № 3**

**по МАТЕМАТИКЕ**

**19 марта 2013 года**

**9 класс**

**Вариант МА9503**

**Район**

**Город (населённый пункт)**

**Школа**

**Класс.**

**Фамилия.**

**Имя**

**Отчество.**

**Инструкция по выполнению работы**

Общее время работы 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например  $-1;7$ .

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов по всей работе, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», 2 баллов по модулю «Геометрия» и 2 баллов по модулю «Реальная математика».

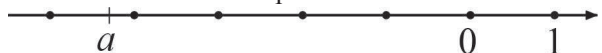
***Желаем успеха!***

**Часть 1**  
**Модуль «Алгебра»**

1 Найдите значение выражения  $\frac{0,9 \cdot 4,2}{6 - 7,8}$ .

Ответ:

2 На координатной прямой отмечено число  $a$ . Какое из утверждений относительно этого числа является верным?



- 1)  $a + 3 > 0$
- 2)  $a + 6 < 0$
- 3)  $2 - a < 0$
- 4)  $10 - a > 0$

3 Найдите значение выражения  $\sqrt{8}(\sqrt{50} - \sqrt{18})$ .

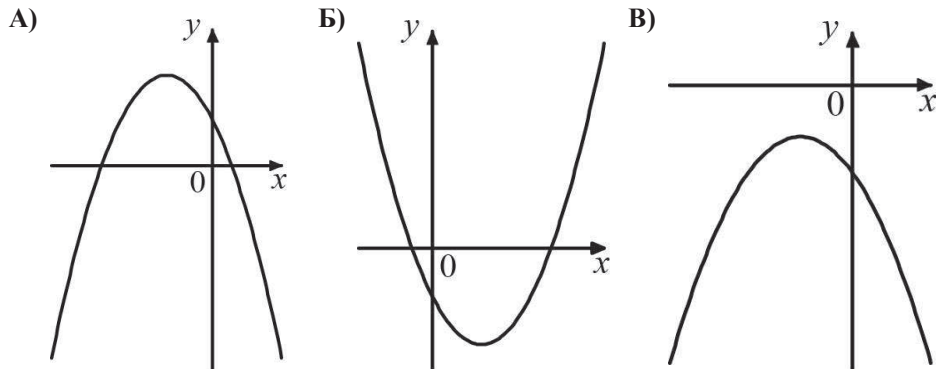
Ответ:

4 Решите уравнение  $x^2 = 18 - 3x$ .

Ответ:

5 На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

**ГРАФИКИ**



**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

- 1)  $a > 0, c > 0$
- 2)  $a < 0, c > 0$
- 3)  $a < 0, c < 0$
- 4)  $a > 0, c < 0$

Ответ: 

А	Б	В

6 Запишите в ответе номера верных равенств.

- 1)  $(b - 5)^2 = b^2 - 5b + 25$
- 2)  $(b - 1)(4 + 3b) = 3b^2 + b - 4$
- 3)  $-(b - 1)(3 - 4b) = (1 - b)(4b - 3)$
- 4)  $(2 - b)(b + 2) = 4 - b^2$

Ответ:

7 Упростите выражение  $\frac{2m - 4m^2}{m + 1} \cdot \frac{m + 1}{2m^2}$  и найдите его значение при  $m = \frac{1}{4}$ .  
В ответ запишите полученное значение.

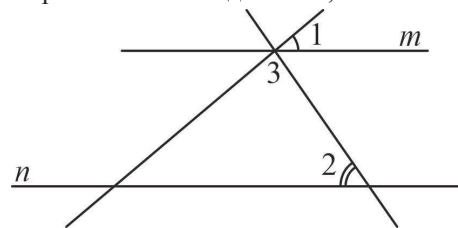
Ответ:

8 Решите неравенство  $17 - 5x < 23 - 2(x - 3)$ .

- 1)  $(-\infty; -\frac{1}{4})$
- 2)  $(-\infty; -4)$
- 3)  $(4; +\infty)$
- 4)  $(-4; +\infty)$

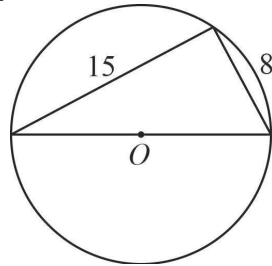
**Модуль «Геометрия»**

9 Прямые  $m$  и  $n$  параллельны. Найдите  $\angle 3$ , если  $\angle 1 = 40^\circ$ ,  $\angle 2 = 55^\circ$ .



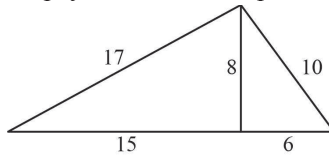
Ответ:

- 10 Прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 15 см вписан в окружность. Чему равен радиус этой окружности?



Ответ:

- 11 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ:

- 12 Средняя линия трапеции равна 9, а большее основание равно 13. Найдите меньшее основание трапеции.

Ответ:

- 13 Какие из следующих утверждений являются **неверными**?

- 1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то равны и третьи углы.
- 2) Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то это квадрат.
- 3) Существует трапеция, все стороны которой имеют разные длины.

Ответ:

### Модуль «Реальная математика»

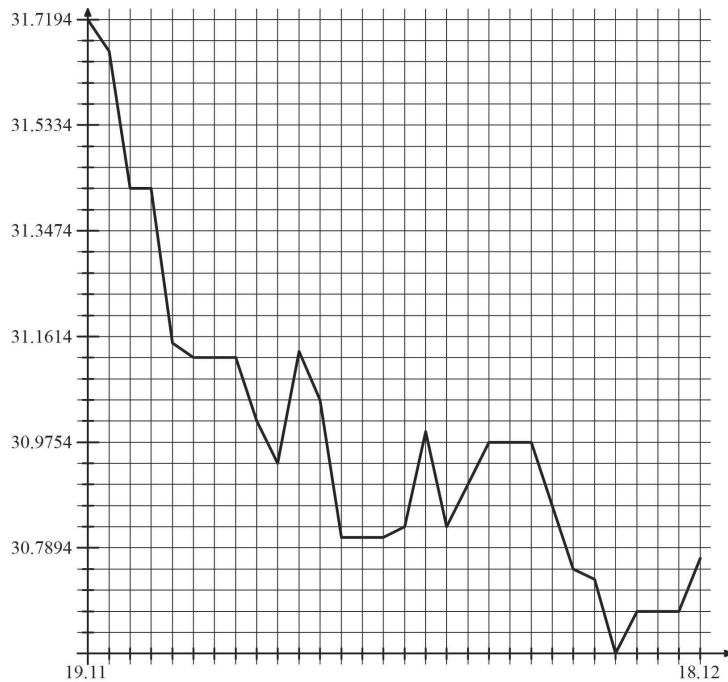
- 14 Бабушка, живущая в Белгороде, отправила 1 сентября четыре посылки своим внукам, живущим в разных городах России. В таблице дано контрольное время в сутках, установленное для пересылки посылок наземным транспортом (без учёта дня приёма) между некоторыми городами России.

Пункт отправки	Пункт назначения				
	Архангельск	Астрахань	Барнаул	Белгород	Краснодар
Архангельск		9	12	7	10
Астрахань	9		11	8	8
Барнаул	12	11		11	12
Белгород	8	8	13		9
Краснодар	10	9	14	9	

Какая из данных посылок **не** была доставлена вовремя?

- 1) пункт назначения — Краснодар, посылка доставлена 10 сентября
- 2) пункт назначения — Астрахань, посылка доставлена 9 сентября
- 3) пункт назначения — Барнаул, посылка доставлена 14 сентября
- 4) пункт назначения — Архангельск, посылка доставлена 11 сентября

- 15** На графике представлена динамика изменения курса доллара США к рублю за период с 19 ноября по 19 декабря. По горизонтальной оси отложены даты, по вертикальной — значения доллара США. Шаг по вертикальной оси равен 0,0372 руб. Определите по графику, каким был курс доллара США к рублю 21 ноября.

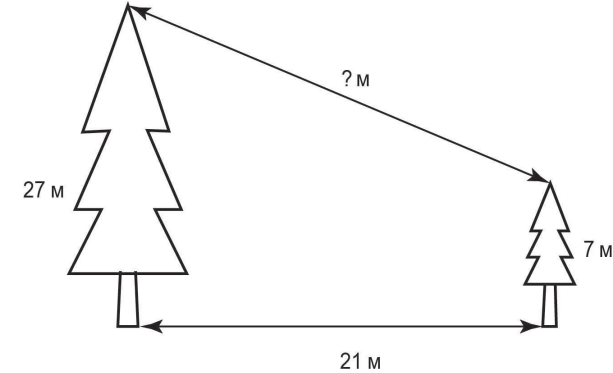


Ответ:

- 16** Магазин детских товаров закупает пирамидки по оптовой цене 250 рублей за одну штуку и продает с 10-процентной наценкой. Сколько будут стоить 2 такие пирамидки, купленные в этом магазине?

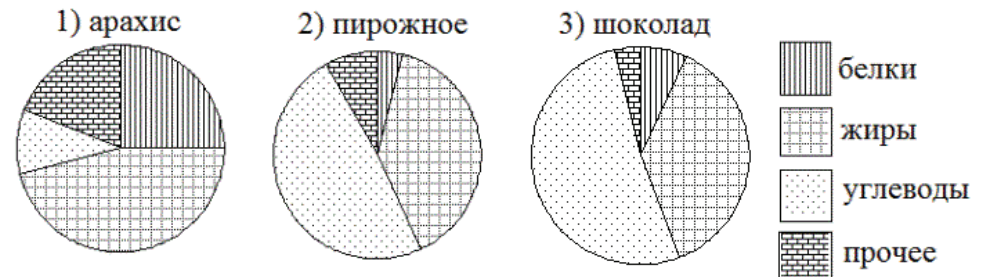
Ответ:

- 17** Две сосны растут в 21 метре одна от другой. Высота одной 27 м, другой — 7 м. Найдите расстояние (в метрах) между их верхушками.



Ответ:

- 18** На рисунке показаны три круговые диаграммы, отражающие процентное содержание питательных веществ в трёх разных продуктах.



В каком из этих продуктов содержание углеводов наибольшее? Укажите в ответе его номер.

Ответ:

- 19** В среднем на 147 исправных дрелей приходится три неисправные. Найдите вероятность того, что выбранная дрель исправна.

Ответ:

- 20 Объём пирамиды вычисляют по формуле  $V = \frac{1}{3}Sh$ , где  $S$  – площадь основания пирамиды,  $h$  – её высота. Объём пирамиды равен 60, высота равна 12. Чему равна площадь основания пирамиды?

Ответ:

### Часть 2

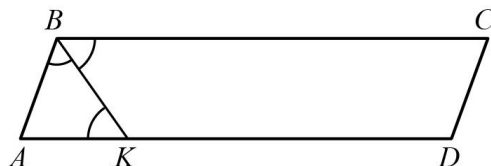
При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

#### Модуль «Алгебра»

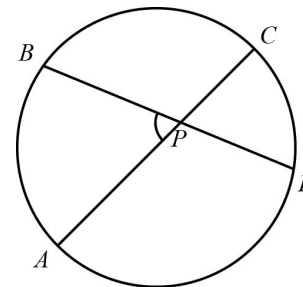
- 21 Упростите выражение  $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$ .
- 22 Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 10 км от пункта  $B$ , причём турист, шедший из пункта  $A$ , сделал в пути 30-минутный привал. Найдите скорость туриста, вышедшего из  $B$ , если известно, что он шел со скоростью, на 1 км/ч меньшей, чем другой турист.
- 23 При каких значениях  $m$  и  $n$ , связанных соотношением  $m + n = 1$  выражение  $4m^2 + 2mn - n^2$  принимает наименьшее значение?

#### Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса тупого угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $AD$  в отношении 1:2, считая от вершины  $A$ . Найдите сторону  $AB$ , если периметр параллелограмма равен 40.



- 25 В окружности проведены хорды  $AC$  и  $BD$  так, что они пересекаются в точке  $P$  (см. рис.). Докажите, что угол  $APB$  равен полусумме угловых величин дуг  $AB$  и  $CD$ .



- 26 В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ) на диагонали  $BD$  выбрана точка  $E$  так, что  $CE \parallel AB$ . Площадь треугольника  $DCB$  равна 15. Найдите площадь треугольника  $ABE$ .

**Тренировочная работа № 3**

**по МАТЕМАТИКЕ**

**19 марта 2013 года**

**9 класс**

**Вариант МА9504**

**Район**

---

**Город (населённый пункт)**

---

**Школа**

---

**Класс.**

---

**Фамилия.**

---

**Имя**

---

**Отчество.**

---

**Инструкция по выполнению работы**

Общее время работы 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например  $-1;7$ .

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов по всей работе, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», 2 баллов по модулю «Геометрия» и 2 баллов по модулю «Реальная математика».

***Желаем успеха!***



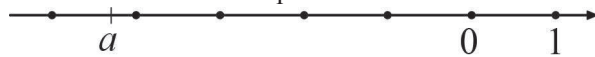
Часть 1

Модуль «Алгебра»

1) Найдите значение выражения  $\frac{0,6 \cdot 3,2}{5 - 6,2}$ .

Ответ:

2) На координатной прямой отмечено число  $a$ . Какое из утверждений относительно этого числа является верным?



- 1)  $a + 4 > 0$
- 2)  $a + 5 < 0$
- 3)  $2 - a > 0$
- 4)  $3 - a < 0$

3) Найдите значение выражения  $(\sqrt{96} - \sqrt{54})\sqrt{6}$ .

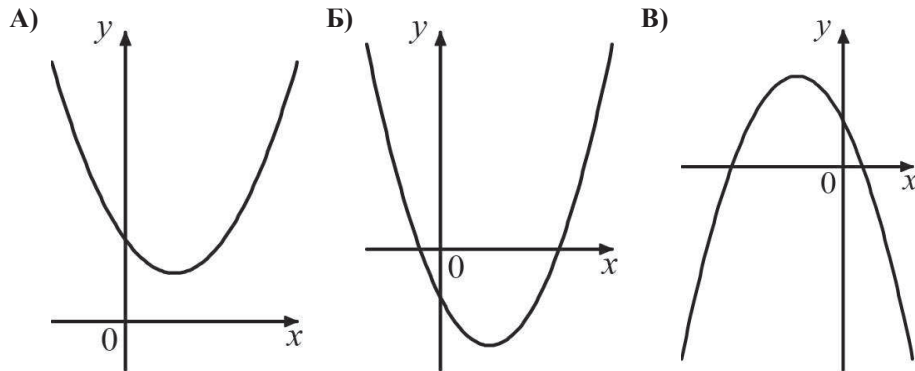
Ответ:

4) Решите уравнение  $x^2 = 18 - 7x$ .

Ответ:

5) На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

**ГРАФИКИ**



**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

- 1)  $a > 0, c > 0$
- 2)  $a < 0, c > 0$
- 3)  $a < 0, c < 0$
- 4)  $a > 0, c < 0$

Ответ: 

А	Б	В

6) Запишите в ответе номера верных равенств.

- 1)  $(2 - b)(b + 2) = b^2 - 4$
- 2)  $-(b - 1)(3 - 4b) = (1 - b)(3 - 4b)$
- 3)  $(b + 1)(3 - 2b) = 3 + 5b - 2b^2$
- 4)  $(b - 4)^2 = b^2 - 8b + 16$

Ответ:

7) Упростите выражение  $\frac{m+2}{m^2} \cdot \frac{m-3m^2}{m+2}$  и найдите его значение при  $m = \frac{1}{9}$ .

В ответ запишите полученное значение.

Ответ:

8 Решите неравенство  $19 - 7x > 20 - 3(x - 5)$ .

1)  $(-\infty; -\frac{1}{4})$

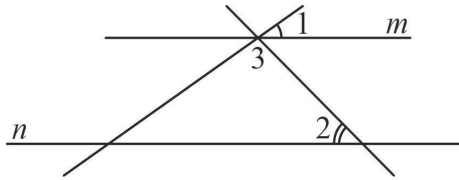
2)  $(-\infty; -4)$

3)  $(4; +\infty)$

4)  $(-4; +\infty)$

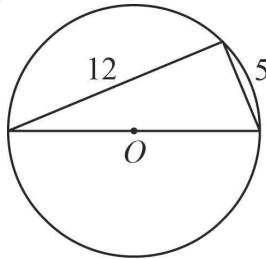
### Модуль «Геометрия»

9 Прямые  $m$  и  $n$  параллельны. Найдите  $\angle 2$ , если  $\angle 1 = 35^\circ$ ,  $\angle 3 = 100^\circ$ .



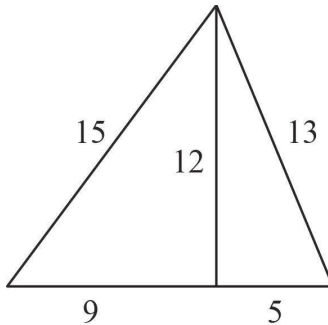
Ответ:

10 Прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 12 см вписан в окружность. Чему равен радиус этой окружности?



Ответ:

11 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ:

12 Средняя линия трапеции равна 11, а меньшее основание равно 5. Найдите большее основание трапеции.

Ответ:

13 Какие из следующих утверждений являются верными?

- 1) Если два угла треугольника равны  $65^\circ$  и  $70^\circ$ , то третий угол равен  $45^\circ$ .
- 2) Диагонали равнобедренной трапеции равны.
- 3) Трапеция с тремя равными сторонами не существует.

Ответ:

### Модуль «Реальная математика»

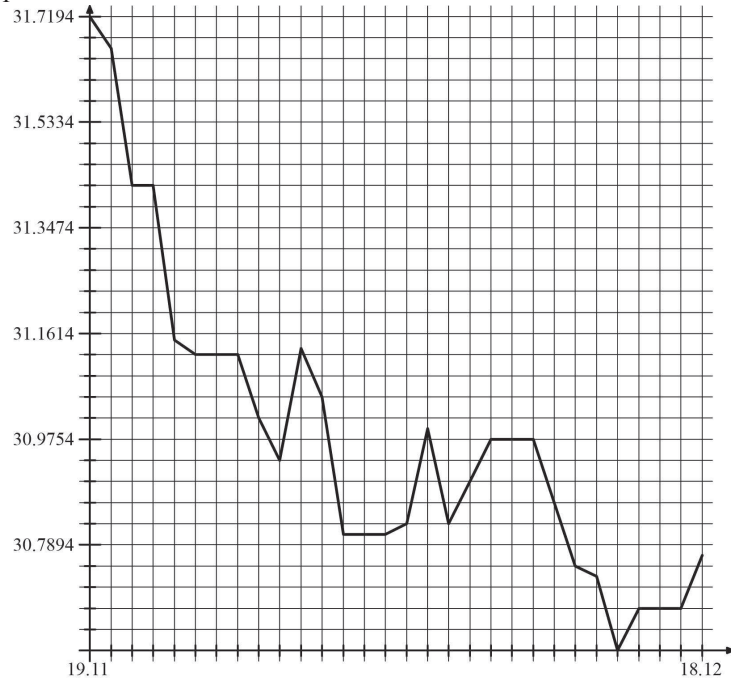
14 Бабушка, живущая в Краснодаре, отправила 1 сентября четыре посылки своим внукам, живущим в разных городах России. В таблице дано контрольное время в сутках, установленное для пересылки посылок наземным транспортом (без учёта дня приёма) между некоторыми городами России.

Пункт отправки	Пункт назначения				
	Архангельск	Астрахань	Барнаул	Белгород	Краснодар
Архангельск		9	12	7	10
Астрахань	9		11	8	8
Барнаул	12	11		11	12
Белгород	8	8	13		9
Краснодар	10	9	14	9	

Какая из данных посылок **не** была доставлена вовремя?

- 1) пункт назначения — Белгород, посылка доставлена 10 сентября
- 2) пункт назначения — Астрахань, посылка доставлена 12 сентября
- 3) пункт назначения — Барнаул, посылка доставлена 15 сентября
- 4) пункт назначения — Архангельск, посылка доставлена 11 сентября

- 15** На графике представлена динамика изменения курса доллара США к рублю за период с 19 ноября по 18 декабря. По горизонтальной оси отложены даты, по вертикальной — значения доллара США. Шаг по вертикальной оси равен 0,0372 руб. Определите по графику, каким был курс доллара США к рублю 12 декабря.

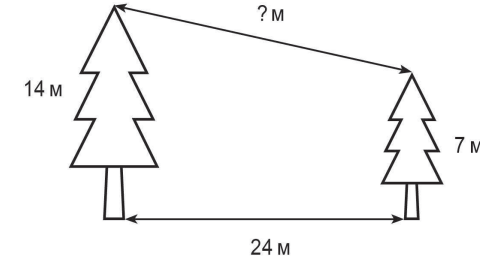


Ответ:

- 16** Магазин детских товаров закупает погремушки по оптовой цене 200 рублей за одну штуку и продает с 15-процентной наценкой. Сколько будут стоить 3 такие погремушки, купленные в этом магазине?

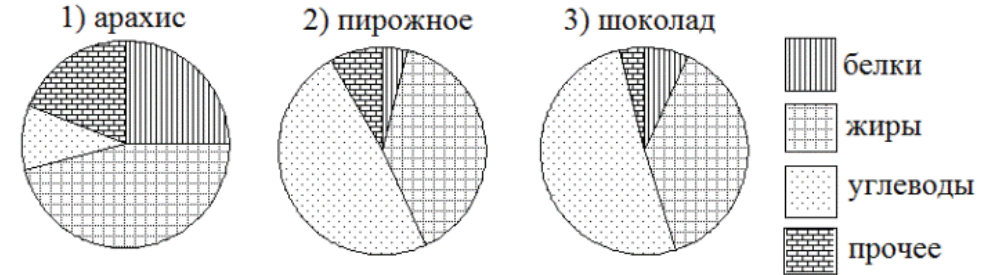
Ответ:

- 17** Две сосны растут в 24 метрах одна от другой. Высота одной 14 м, другой — 7 м. Найдите расстояние (в метрах) между их верхушками.



Ответ:

- 18** На рисунке показаны три круговые диаграммы, отражающие процентное содержание питательных веществ в трёх разных продуктах.



В каком из этих продуктов содержание жиров наибольшее? Укажите в ответе его номер.

Ответ:

- 19** В среднем на 144 исправных фена приходится шесть неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный фен исправен.

Ответ:

- 20** Объём пирамиды вычисляют по формуле  $V = \frac{1}{3}Sh$ , где  $S$  — площадь основания пирамиды,  $h$  — её высота. Объём пирамиды равен 40, площадь основания 15. Чему равна высота пирамиды?

Ответ:

## Часть 2

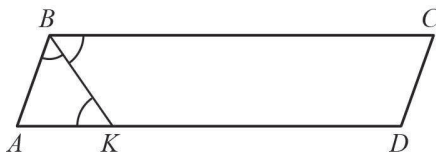
**При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

## Модуль «Алгебра»

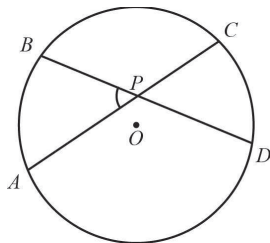
- 21 Упростите выражение  $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} - 2^{n-1}}$ .
- 22 Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 9 км от пункта  $A$ . Найдите скорость туриста, вышедшего из пункта  $A$ , если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем другой турист, и сделал в пути 30-минутный привал.
- 23 При каких значениях  $m$  и  $n$ , связанных соотношением  $m + n = 2$ , выражение  $2m^2 - 2mn - 3n^2$  принимает наименьшее значение?

## Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса тупого угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $AD$  в отношении 1 : 3, считая от вершины  $A$ . Найдите сторону  $AB$ , если периметр параллелограмма равен 55.



- 25 В окружности с центром  $O$  проведены хорды  $AC$  и  $BD$  так, что они пересекаются в точке  $P$  (см. рис.). Докажите, что угол  $APB$  равен полусумме углов  $AOB$  и  $COD$ .



- 26 В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ) на диагонали  $AC$  выбрана точка  $E$  так, что  $BE \parallel CD$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 10. Найдите площадь треугольника  $DEC$ .

## Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	-2,1
2	3
3	8
4	-9; 2 или 2; -9
5	243
6	2; 4 или 4; 2
7	2
8	2
9	85°
10	6,5 см

№ задания	Ответ
11	84
12	17
13	2
14	2
15	31,4218 руб.
16	690 руб.
17	29 м
18	1
19	0,98
20	8

## Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	-1,6
2	4
3	6
4	-6; 3 или 3; -6
5	142
6	2; 4 или 4; 2
7	6
8	4
9	45°
10	8,5 см

№ задания	Ответ
11	84
12	5
13	1; 2 или 2; 1
14	4
15	30,7522 руб.
16	550 руб.
17	25 м
18	3
19	0,96
20	15

## Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	-2,1
2	4
3	8
4	-6; 3 или 3; -6
5	243
6	2; 4 или 4; 2
7	2
8	4
9	85°
10	8,5 см

№ задания	Ответ
11	84
12	5
13	2
14	4
15	31,4218 руб.
16	550 руб.
17	29 м
18	3
19	0,98
20	15

## Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	-1,6
2	3
3	6
4	-9; 2 или 2; -9
5	142
6	2; 4 или 4; 2
7	6
8	2
9	45°
10	6,5 см

№ задания	Ответ
11	84
12	17
13	1; 2 или 2; 1
14	2
15	30,7522 руб.
16	690 руб.
17	25 м
18	1
19	0,96
20	8

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

## Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение  $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$ .

Решение.

$$\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n} = \frac{25 \cdot 5^{n-1} - 5^{n-1}}{10 \cdot 5^{n-1}} = \frac{24}{10} = 2,4$$

Ответ: 2,4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка <u>вычислительного характера</u> /описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 9 км от пункта  $A$ . Найдите скорость туриста, вышедшего из пункта  $A$ , если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем другой турист, и сделал в пути 30-минутный привал.

Решение.

Пусть скорость туриста, вышедшего из  $A$ , равна  $x$  км/ч, тогда скорость другого туриста равна  $x - 1$  км/ч. Составим уравнение:  $\frac{9}{x} + 0,5 = \frac{10}{x-1}$ . Решим уравнение:

$$18(x-1) + x(x-1) - 20x = 0; \quad x^2 - 3x - 18 = 0; \quad x_1 = 6; \quad x_2 < 0.$$

Ответ: 6 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но по ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 При каких значениях  $m$  и  $n$ , связанных соотношением  $m + n = 1$ , выражение  $4m^2 + 2mn - n^2$  принимает наименьшее значение?

Решение.

1. Выразим из равенства  $m + n = 1$  одну переменную через другую, например, переменную  $m$  через  $n$ :

$$m = 1 - n.$$

Подставив  $1 - n$  вместо переменной  $m$  в выражение  $4m^2 + 2mn - n^2$ , получим:

$$4(1-n)^2 + 2n(1-n) - n^2 = n^2 - 6n + 4.$$

2. Выделим в трёхчлене  $n^2 - 6n + 4$  квадрат двучлена:

$$n^2 - 6n + 4 = (n-3)^2 - 5.$$

Значит, наименьшее значение трёхчлен принимает при  $n = 3$ .

3. Из равенства  $m = 1 - n$  найдём соответствующее значение  $m$ :

$$m = 1 - 3 = -2.$$

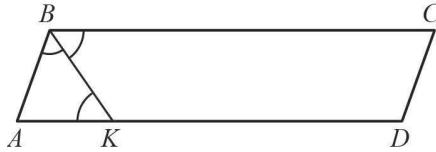
*Другое возможное решение.* Второй шаг может быть выполнен с опорой на свойства квадратичной функции: функция  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a > 0$ , принимает наименьшее значение при  $x = -\frac{b}{2a}$ ; воспользовавшись этой формулой, получим  $n = -\frac{-6}{2} = 3$ .

Ответ: при  $m = -2, n = 3$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка — в преобразованиях или в вычислениях, с её учётом дальнейшие шаги выполнены правильно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Модуль «Геометрия»**

- 24** Биссектриса тупого угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $AD$  в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины  $A$ . Найдите сторону  $AB$ , если полупериметр параллелограмма равен  $55$ .



**Решение.**

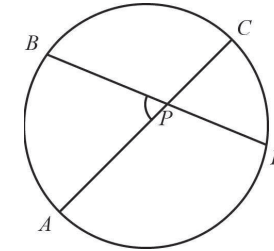
Имеем  $\angle BKA = \angle CBK = \angle ABK$ , следовательно, треугольник  $ABK$  равнобедренный,  $AB = AK$ .

Значит,  $AB : AD = 1 : 4$ , откуда  $AB = 55 : 5 = 11$ .

**Ответ:** 11.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25** В окружности проведены хорды  $AC$  и  $BD$  так, что они пересекаются в точке  $P$  (см. рис.). Докажите, что угол  $APB$  равен полусумме угловых величин дуг  $AB$  и  $CD$ .



**Доказательство.**

Угол  $APB$  внешний для треугольника  $APD$ , значит,  $\angle APB = \angle PAD + \angle PDA$ . Угол  $PAD$  вписанный и опирается на дугу  $CD$ , следовательно,  $\angle PAD = \frac{1}{2} \cup CD$ .

Аналогично  $\angle PDA = \frac{1}{2} \cup AB$ . Таким образом,  $\angle APB = \frac{\cup AB + \cup CD}{2}$ .

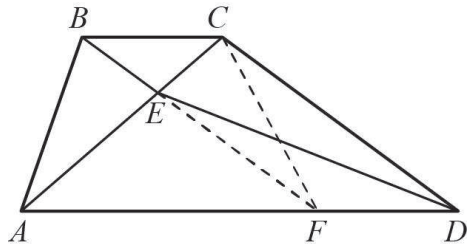
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3



**26** В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ) на диагонали  $AC$  выбрана точка  $E$  так, что  $BE \parallel CD$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 10. Найдите площадь треугольника  $DEC$ .

**Решение.**

Пусть  $F$  — точка пересечения прямых  $BE$  и  $AD$ , тогда  $BCDF$  — параллелограмм (см. рис.). Следовательно,  $S_{ABC} = S_{FBC} = \frac{1}{2}S_{BCDF}$ . Так как треугольник  $DEC$  и параллелограмм  $BCDF$  имеют одно и то же основание  $DC$  и общую высоту, проведённую к  $DC$ ,  $S_{DEC} = \frac{1}{2}S_{BCDF}$ . Значит,  $S_{DEC} = S_{ABC} = 10$ .



**Ответ:** 10.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но в решении пропущены существенные шаги	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**Модуль «Алгебра»**

**21** Упростите выражение  $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} - 2^{n-1}}$ .

**Решение.**

$$\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} - 2^{n-1}} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2^{n-1}}{4 \cdot 2^{n-1} - 2^{n-1}} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}.$$

**Ответ:**  $6\frac{2}{3}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка <u>вычислительного характера</u> /описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**22** Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 10 км от пункта  $B$ , причём турист, шедший из пункта  $A$ , сделал в пути 30-минутный привал. Найдите скорость туриста, вышедшего из  $B$ , если известно, что он шел со скоростью, на 1 км/ч меньшей, чем другой турист.

**Решение.**

Пусть скорость туриста, вышедшего из  $B$ , равна  $x$  км/ч, тогда скорость другого туриста равна  $x + 1$  км/ч. Составим уравнение:  $\frac{9}{x+1} + 0,5 = \frac{10}{x}$ .

Решим уравнение:

$$18x + x(x+1) - 20(x+1) = 0; \quad x^2 - x - 20 = 0; \quad x_1 = 5; \quad x_2 < 0.$$

**Ответ:** 5 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но по ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**23** При каких значениях  $m$  и  $n$ , связанных соотношением  $m + n = 2$ , выражение  $2m^2 - 2mn - 3n^2$  принимает наименьшее значение?

**Решение.**

1. Выразим из равенства  $m + n = 2$  одну переменную через другую, например, переменную  $m$  через  $n$ :

$$m = 2 - n.$$

Подставив  $2 - n$  вместо переменной  $m$  в выражение  $2m^2 - 2mn - 3n^2$ , получим

$$2(2 - n)^2 - 2n(2 - n) - 3n^2 = n^2 - 12n + 8.$$

2. Выделим в трёхчлене  $n^2 - 12n + 8$  квадрат двучлена:

$$n^2 - 12n + 8 = (n - 6)^2 - 28.$$

Значит, наименьшее значение трёхчлен принимает при  $n = 6$ .

3. Из равенства  $m = 2 - n$  найдём соответствующее значение  $m$ :

$$m = 2 - 6 = -4.$$

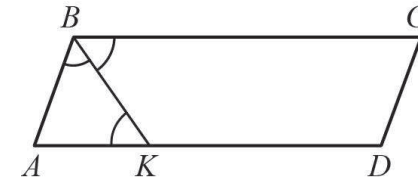
*Другое возможное решение.* Второй шаг может быть выполнен с опорой на свойства квадратичной функции: функция  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a > 0$ , принимает наименьшее значение при  $x = -\frac{b}{2a}$ ; воспользовавшись этой формулой, получим  $n = \frac{12}{2} = 6$ .

**Ответ:** при  $m = -4, n = 6$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с её учётом дальнейшие шаги выполнены правильно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Модуль «Геометрия»**

**24** Биссектриса тупого угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $AD$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины  $A$ . Найдите сторону  $AB$ , если полупериметр параллелограмма равен 40.



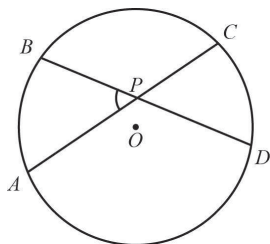
**Решение.**

Имеем  $\angle BKA = \angle CBK = \angle ABK$ , следовательно, треугольник  $ABK$  равнобедренный,  $AB = AK$ . Значит,  $AB : AD = 1 : 3$ , откуда  $AB = 40 : 4 = 10$ .

**Ответ:** 10.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25 В окружности с центром  $O$  проведены хорды  $AC$  и  $BD$  так, что они пересекаются в точке  $P$  (см. рис.). Докажите, что угол  $APB$  равен полусумме углов  $AOB$  и  $COD$ .



**Доказательство.**

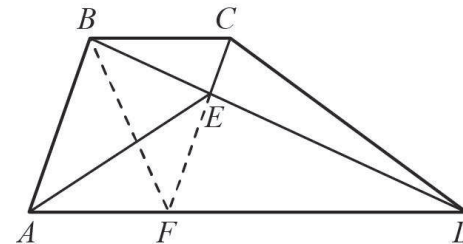
Угол  $APB$  внешний для треугольника  $APD$ , значит,  $\angle APB = \angle PAD + \angle PDA$ . Угол  $PAD$  вписанный и опирается на дугу  $CD$ , следовательно, он равен половине центрального угла  $COD$ . Аналогично угол  $PDA$  равен половине центрального угла  $BOA$ . Таким образом,  $\angle APB = \frac{\angle COD + \angle AOB}{2}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 26 В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ) на диагонали  $BD$  выбрана точка  $E$  так, что  $CE \parallel AB$ . Площадь треугольника  $DCB$  равна 15. Найдите площадь треугольника  $ABE$ .

**Решение.**

Пусть  $F$  – точка пересечения прямых  $CE$  и  $AD$ , тогда  $ABCF$  — параллелограмм (см. рис.). Следовательно,  $S_{DBC} = S_{FBC} = \frac{1}{2}S_{ABCF}$ . Так как треугольник  $ABE$  и параллелограмм  $ABCF$  имеют одно и то же основание  $AB$  и общую высоту, проведённую к  $AB$ ,  $S_{ABE} = \frac{1}{2}S_{ABCF}$ . Значит,  $S_{ABE} = S_{DBC} = 15$ .



Ответ: 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но в решении пропущены существенные шаги	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

## Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение  $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$ .

Решение.

$$\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n} = \frac{25 \cdot 5^{n-1} - 5^{n-1}}{10 \cdot 5^{n-1}} = \frac{24}{10} = 2,4.$$

Ответ: 2,4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка <u>вычислительного характера</u> /описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 10 км от пункта  $B$ , причём турист, шедший из пункта  $A$ , сделал в пути 30-минутный привал. Найдите скорость туриста, вышедшего из  $B$ , если известно, что он шел со скоростью, на 1 км/ч меньшей, чем другой турист.

Решение.

Пусть скорость туриста, вышедшего из  $B$ , равна  $x$  км/ч, тогда скорость другого туриста равна  $x + 1$  км/ч. Составим уравнение:  $\frac{9}{x+1} + 0,5 = \frac{10}{x}$ .

Решим уравнение:

$$18x + x(x+1) - 20(x+1) = 0; \quad x^2 - x - 20 = 0; \quad x_1 = 5; \quad x_2 < 0.$$

Ответ: 5 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но по ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 При каких значениях  $m$  и  $n$ , связанных соотношением  $m + n = 1$ , выражение  $4m^2 + 2mn - n^2$  принимает наименьшее значение?

Решение.

1. Выразим из равенства  $m + n = 1$  одну переменную через другую, например, переменную  $m$  через  $n$ :

$$m = 1 - n.$$

Подставив  $1 - n$  вместо переменной  $m$  в выражение  $4m^2 + 2mn - n^2$ , получим:

$$4(1 - n)^2 + 2n(1 - n) - n^2 = n^2 - 6n + 4.$$

2. Выделим в трёхчлене  $n^2 - 6n + 4$  квадрат двучлена:

$$n^2 - 6n + 4 = (n - 3)^2 - 5.$$

Значит, наименьшее значение трёхчлен принимает при  $n = 3$ .

3. Из равенства  $m = 1 - n$  найдём соответствующее значение  $m$ :

$$m = 1 - 3 = -2.$$

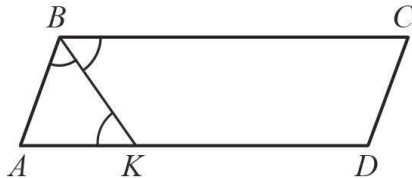
*Другое возможное решение.* Второй шаг может быть выполнен с опорой на свойства квадратичной функции: функция  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a > 0$ , принимает наименьшее значение при  $x = -\frac{b}{2a}$ ; воспользовавшись этой формулой, получим  $n = -\frac{-6}{2} = 3$ .

Ответ: при  $m = -2, n = 3$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка — в преобразованиях или в вычислениях, с её учётом дальнейшие шаги выполнены правильно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Модуль «Геометрия»**

**24** Биссектриса тупого угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $AD$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины  $A$ . Найдите сторону  $AB$ , если полупериметр параллелограмма равен  $40$ .



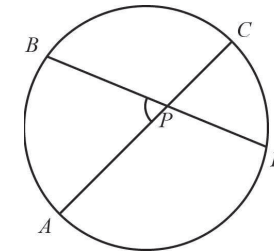
**Решение.**

Имеем  $\angle BKA = \angle CBK = \angle ABK$ , следовательно, треугольник  $ABK$  равнобедренный,  $AB = AK$ . Значит,  $AB : AD = 1 : 3$ , откуда  $AB = 40 : 4 = 10$ .

**Ответ:** 10.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**25** В окружности проведены хорды  $AC$  и  $BD$  так, что они пересекаются в точке  $P$  (см. рис.). Докажите, что угол  $APB$  равен полусумме угловых величин дуг  $AB$  и  $CD$ .



**Доказательство.**

Угол  $APB$  внешний для треугольника  $APD$ , значит,  $\angle APB = \angle PAD + \angle PDA$ . Угол  $PAD$  вписанный и опирается на дугу  $CD$ , следовательно,  $\angle PAD = \frac{1}{2} \cup CD$ .

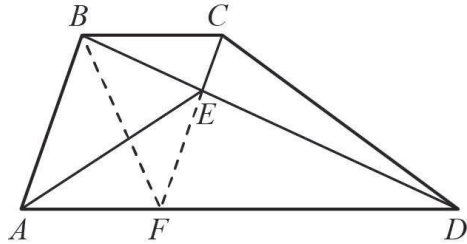
Аналогично  $\angle PDA = \frac{1}{2} \cup AB$ . Таким образом,  $\angle APB = \frac{\cup AB + \cup CD}{2}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 26** В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ) на диагонали  $BD$  выбрана точка  $E$  так, что  $CE \parallel AB$ . Площадь треугольника  $DCB$  равна 15. Найдите площадь треугольника  $ABE$ .

**Решение.**

Пусть  $F$  – точка пересечения прямых  $CE$  и  $AD$ , тогда  $ABCF$  — параллелограмм (см. рис.). Следовательно,  $S_{DBC} = S_{FBC} = \frac{1}{2}S_{ABCF}$ . Так как треугольник  $ABE$  и параллелограмм  $ABCF$  имеют одно и то же основание  $AB$  и общую высоту, проведённую к  $AB$ ,  $S_{ABE} = \frac{1}{2}S_{ABCF}$ . Значит,  $S_{ABE} = S_{DBC} = 15$ .



**Ответ:** 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но в решении пропущены существенные шаги	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**Модуль «Алгебра»**

- 21** Упростите выражение  $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} - 2^{n-1}}$ .

**Решение.**

$$\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} - 2^{n-1}} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2^{n-1}}{4 \cdot 2^{n-1} - 2^{n-1}} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}.$$

**Ответ:**  $6\frac{2}{3}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка <u>вычислительного характера</u> /описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 22** Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 9 км от пункта  $A$ . Найдите скорость туриста, вышедшего из пункта  $A$ , если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем другой турист, и сделал в пути 30-минутный привал.

**Решение.**

Пусть скорость туриста, вышедшего из  $A$ , равна  $x$  км/ч, тогда скорость другого туриста равна  $x - 1$  км/ч. Составим уравнение:  $\frac{9}{x} + 0,5 = \frac{10}{x - 1}$ . Решим уравнение:

$$18(x - 1) + x(x - 1) - 20x = 0; \quad x^2 - 3x - 18 = 0; \quad x_1 = 6; \quad x_2 < 0.$$

**Ответ:** 6 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но по ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**23** При каких значениях  $m$  и  $n$ , связанных соотношением  $m + n = 2$ , выражение  $2m^2 - 2mn - 3n^2$  принимает наименьшее значение?

**Решение.**

1. Выразим из равенства  $m + n = 2$  одну переменную через другую, например, переменную  $m$  через  $n$ :

$$m = 2 - n.$$

Подставив  $2 - n$  вместо переменной  $m$  в выражение  $2m^2 - 2mn - 3n^2$ , получим

$$2(2 - n)^2 - 2n(2 - n) - 3n^2 = n^2 - 12n + 8.$$

2. Выделим в трёхчлене  $n^2 - 12n + 8$  квадрат двучлена:

$$n^2 - 12n + 8 = (n - 6)^2 - 28.$$

Значит, наименьшее значение трёхчлен принимает при  $n = 6$ .

3. Из равенства  $m = 2 - n$  найдём соответствующее значение  $m$ :

$$m = 2 - 6 = -4.$$

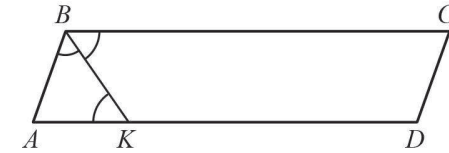
*Другое возможное решение.* Второй шаг может быть выполнен с опорой на свойства квадратичной функции: функция  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a > 0$ , принимает наименьшее значение при  $x = -\frac{b}{2a}$ ; воспользовавшись этой формулой, получим  $n = \frac{12}{2} = 6$ .

**Ответ:** при  $m = -4$ ,  $n = 6$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с её учётом дальнейшие шаги выполнены правильно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

## Модуль «Геометрия»

**24** Биссектриса тупого угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $AD$  в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины  $A$ . Найдите сторону  $AB$ , если периметр параллелограмма равен 55.



**Решение.**

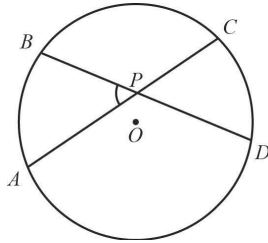
Имеем  $\angle BKA = \angle CBK = \angle ABK$ , следовательно, треугольник  $ABK$  равнобедренный,  $AB = AK$ .

Значит,  $AB : AD = 1 : 4$ , откуда  $AB = 55 : 5 = 11$ .

**Ответ:** 11.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25 В окружности с центром  $O$  проведены хорды  $AC$  и  $BD$  так, что они пересекаются в точке  $P$  (см. рис.). Докажите, что угол  $APB$  равен полусумме углов  $AOB$  и  $COD$ .



**Доказательство.**

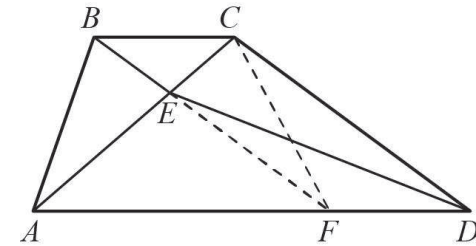
Угол  $APB$  внешний для треугольника  $APD$ , значит,  $\angle APB = \angle PAD + \angle PDA$ . Угол  $PAD$  вписанный и опирается на дугу  $CD$ , следовательно, он равен половине центрального угла  $COD$ . Аналогично угол  $PDA$  равен половине центрального угла  $BOA$ . Таким образом,  $\angle APB = \frac{\angle COD + \angle AOB}{2}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 26 В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ) на диагонали  $AC$  выбрана точка  $E$  так, что  $BE \parallel CD$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 10. Найдите площадь треугольника  $DEC$ .

**Решение.**

Пусть  $F$  — точка пересечения прямых  $BE$  и  $AD$ , тогда  $BCDF$  — параллелограмм (см. рис.). Следовательно,  $S_{ABC} = S_{FBC} = \frac{1}{2}S_{BCDF}$ . Так как треугольник  $DEC$  и параллелограмм  $BCDF$  имеют одно и то же основание  $DC$  и общую высоту, проведённую к  $DC$ ,  $S_{DEC} = \frac{1}{2}S_{BCDF}$ . Значит,  $S_{DEC} = S_{ABC} = 10$ .



Ответ: 10.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но в решении пропущены существенные шаги	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4